# Introdução ao estudo dos conjuntos

**Objetivo**

Apresentar o conceito de conjuntos e subconjuntos. Definir as operações com conjuntos e apresentar os símbolos mais usados no estudo dos conjuntos. E resolver questões envolvendo os assuntos apresentados.

**Se liga**

Para essa aula é necessário que você tenha um conhecimento prévio em operações básicas e em expressões.

**Curiosidade**

Sempre que ouvimos falar em conjuntos, também ouvimos falar no Diagrama de Venn. Ele tem esse nome por causa do John Venn que desenvolveu os diagramas no século XIX, ampliando e formalizando desenvolvimentos anteriores de Leibniz e Euler. E, na década de 1960, eles foram incorporados ao currículo escolar de matemática

## Teoria

### Conjunto vazio

É um conjunto que não possui elementos. O conjunto vazio é representado por { } ou $\emptyset$.

**Obs:** Nunca representamos o conjunto vazio desta forma $\{\emptyset\}$.

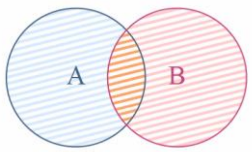
### Subconjuntos

Quando todos os elementos de um conjunto A qualquer pertencem a um outro conjunto B, diz-se, então, que A é um subconjunto de B, ou seja $A \subset B$. Observações:

- Todo o conjunto A é subconjunto dele próprio, ou seja $A \subset A$;
- O conjunto vazio, por convenção, é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja $\emptyset \subset A$.
- Um conjunto de n elementos possui $2^n$ subconjuntos.

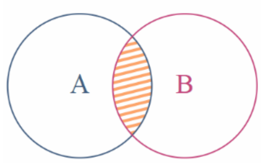
### União de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, define-se como união dos conjuntos A e B ao conjunto representado por A∪B, formado por todos os elementos pertencentes a A ou B, ou seja: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$



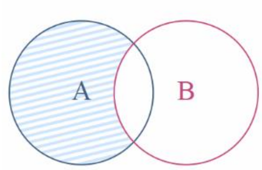
### Intersecção de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, define-se como intersecção dos conjuntos A e B ao conjunto representado por $A \cap B$, formado por todos os elementos pertencentes a A e B, simultaneamente, ou seja: $A \cap B = \{x \mid x \in A \; e \; x \in B\}$




### Diferença de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, define-se como diferença entre A e B (nesta ordem) ao conjunto representado por $A - B$, formado por todos os elementos pertencentes a A, mas que não pertencem a B, ou seja $A - B = \{x \mid x \in A \; e \; x \notin B\}$




### Produto Cartesiano

Dados os conjuntos A e B, chama-se produto cartesiano A com B, ao conjunto $A \times B$, formado por todos os pares ordenados (x,y), onde x é elemento de A e y é elemento de B, ou seja $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \; ou \; y \in B\}$.

Número de subconjuntos de um conjunto: se um conjunto A possuir n elementos, então existirão $2^n$ subconjuntos de A.

**Número de elementos da união de 2 conjuntos:**

A fórmula do número de elementos da união de 2 conjuntos é dada por: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

**Exemplo:** Dados os conjuntos A = {1,2,3} e B = {1,2,3,4} e $n(A \cap B) = 3$. Então $n(A \cup B)$ será?

**Solução:** Podemos ver que A possui 3 elementos e B, 4. Dado a fórmula temos então que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$n(A \cup B) = 3 + 4 - 3$$
$$n(A \cup B) = 4$$

**Número de elementos da união de 3 conjuntos:**

A fórmula do número de elementos da união de 3 conjuntos é dada por:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

**Exemplo:** Dados os conjuntos A = {1,2,3}, B = {1,2,3,4} e C = {1,2} .Temos que $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cap C) = 2$ e $n(B \cap C) = 2$ e $n(A \cap B \cap C) = 2$. Então $n(A \cup B \cup C)$ será?

**Solução:** Podemos ver que A possui 3 elementos, B possui 4 elementos e C possui 2 elementos. Dado a fórmula temos então que:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$
$$n(A \cup B \cup C) = 3 + 4 + 2 - 3 - 2 - 2 + 2$$
$$n(A \cup B \cup C) = 4$$

## Símbolos

| | |
|---|---|
| $\in$: pertence | $\exists$ : existe |
| $\notin$: não pertence | $\nexists$: não existe |
| $\subset$ : está contido | $\forall$ : para todo (ou qualquer que seja) |
| $\not\subset$ : não está contido | $\varnothing$ : conjunto vazio |
| $\supset$: contém | **N**: conjunto dos números naturais |
| $\not\supset$: não contém | **Z** : conjunto dos números inteiros |
| / : tal que | **Q**: conjunto dos números racionais |
| $\Rightarrow$ : implica que | **Q'= I**: conjunto dos números irracionais |
| $\Leftrightarrow$: se, e somente se | **R**: conjunto dos números reais |

## Símbolos das operações

| |
|---|
| $A \cap B$ : A intersecção B |
| $A \cup B$ : A união B |
| a - b: diferença de A com B |
| a < b: a menor que b |
| $a \leq b$ : a menor ou igual a b |
| a > b: a maior que b |
| $a \geq b$ : a maior ou igual a b |
| $a \wedge b$ : a e b |
| $a \vee b$ : a ou b |

## Exercícios de fixação

**1.** Seja o conjunto A = {1,2,3} e B = {3,4,5}. O conjunto $A \cup B$ será:
**a)** {1,2,3,3,4,5}
**b)** {1,2,3,4,5}
**c)** {3}

**2.** Seja o conjunto A={1,2,3,4,5} e B = {3,4,5,6}; O conjunto $A \cap B$ será:
**a)** {1,2,3,4,5,6}
**b)** {3,4,5,6}
**c)** {3,4,5}

**3.** Seja o conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5} e B = {3,6,9}. Qual é o conjunto $B - A$?
**a)** {3,6,9}
**b)** {1,2,4,5}
**c)** {6,9}

**4.** Seja o conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5} e B = {2,3,4}. Podemos afirmar que:
**a)** $A \subset B$
**b)** $B \subset A$
**c)** $A \cap B = \emptyset$

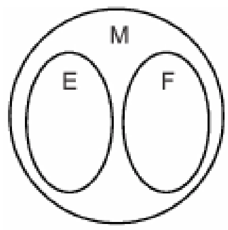
**5.** Um conjunto A possui um total de 32 subconjuntos. Qual é o número de elementos desse conjunto A?
**a)** 5
**b)** 4
**c)** 6

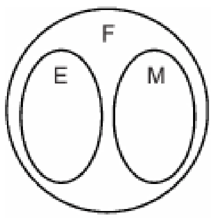
## Exercícios de vestibulares

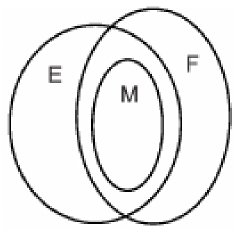
**1.** Os conjuntos A, B e $A \cup B$ possuem 5, 7 e 8 elementos respectivamente. O número de elementos de $A \cap B$é

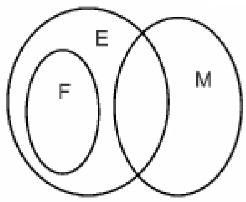
**a)** 0
**b)** 1
**c)** 2
**d)** 3
**e)** 4

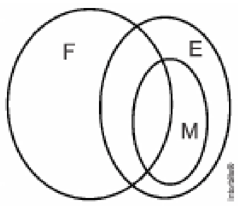
**2.** Entre as pessoas que compareceram à festa de inauguração do Descomplica, estavam alguns dos amigos de Eduardo. Além disso, sabe-se que nem todos os melhores amigos de Eduardo foram à festa de inauguração.
Considere:
F: conjunto das pessoas que foram à festa de inauguração.
E: conjunto dos amigos de Eduardo.
M: conjunto dos melhores amigos de Eduardo.
Com base nessas informações, assinale a alternativa que contém o diagrama de Euler-Venn que descreve corretamente a relação entre os conjuntos.

**a)**



**b)**



**c)**



**d)**



**e)**



**3.** Os conjuntos X e Y são tais que $X = \{2,3,4,5\}$ e $X \cup Y = \{1,2,3,4,5,6\}$, É necessariamente verdade que

**a)** $\{1,6\} \subset Y$
**b)** $Y = \{1,6\}$
**c)** $X \cap Y = \{2,3,4,5\}$
**d)** $X \subset Y$
**e)** $4 \in Y$

**4.** Considerando-se os conjuntos A = {1, 2, 4, 5, 7} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8}, assinale a alternativa correta.

**a)** $B \supset A$, logo $A \cap B = B$.

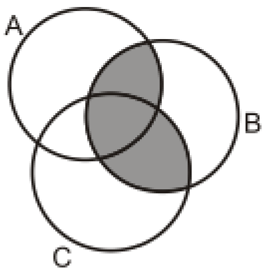
**b)** $A \cup B = A$, pois $A \cap B = B$.

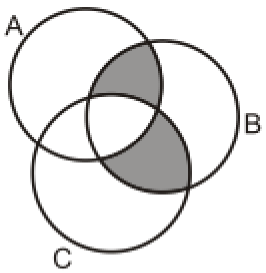
**c)** $A \in B$.

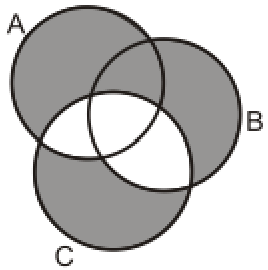
**d)** $8 \subset B$.

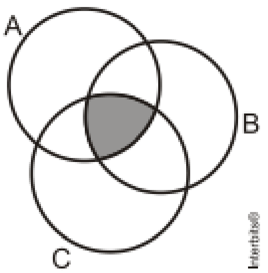
**e)** $A \cup B = B$, pois A ⊂ B.

**5.** O diagrama que representa o conjunto $[(A \cap B) - C\,] \cup [(C \cap B) - A]$ é:

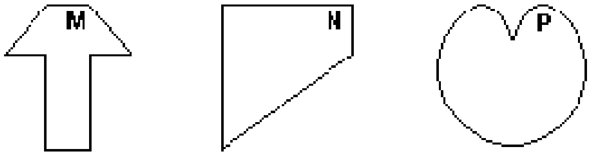
**a)**



**b)**


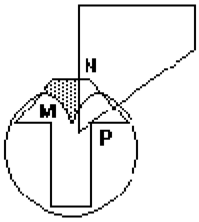

**c)**



**d)**


**6.** Os conjuntos não-vazios M, N e P estão, isoladamente, representados abaixo.




Considere a seguinte figura que estes conjuntos formam:




A região hachurada pode ser representada por:

**a)** $M \cup (N \cap P)$
**b)** $M - (N \cup P)$
**c)** $M \cup (N - P)$
**d)** $N - (M \cup P)$
**e)** $N \cup (M \cap P)$

**7.** Sejam os conjuntos: $A = \{2n, n \in Z\}$ e $B = \{2n - 1, n \in Z\}$. Analise as sentenças abaixo:

I. $A \cap B = \{\}$;
II. A é o conjunto dos números pares;
III. $A \cup B = Z$

Está correto o que se afirma em:

**a)** I e II, apenas
**b)** II, apenas
**c)** II e III, apenas
**d)** III, apenas
**e)** I, II e III

**8.** Sejam A, B e C conjuntos tais que: A = {1, {1, 2},{3}}, B = {1, {2},3} e C = {{1},2,3}. Sendo X a união dos conjuntos $(A - C)$ e $(A - B)$, qual será o total de elementos de X?

**a)** 1
**b)** 2
**c)** 3
**d)** 4
**e)** 5

**9.** Sendo N o conjunto dos inteiros positivos, considere os seguintes conjuntos:

$$A = \left\{x \in N;\ \frac{12}{x} \in N\right\} \text{ e } B = \left\{x \in N;\ \frac{x}{3} \in N\right\}$$

É **verdade** que:

**a)** A possui mais elementos que B.

**b)** A e B não possuem elementos em comum.

**c)** A é um subconjunto de B.

**d)** B é um subconjunto de A.

**e)** A e B possuem exatamente três elementos em comum.

**10.** Sejam os conjuntos $A = \{x \in R\,|0 < x \leq 5\}, B = \{x \in R\,|\ x \geq -5\}$ e $C = \{x \in R\,|x \leq 0\}$. Pode-se afirmar que:

**a)** $(A - B) \cup C = C$

**b)** $(A - C) \cap B = \emptyset$

**c)** $(B \cup C) \cap A = R$

**d)** $(B \cap C) \cap A = A$

## Gabaritos

### Exercícios de fixação

1. **A**
$\boldsymbol{A \cup B}$ significa a união dos conjuntos A e B. Então $\boldsymbol{A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}}$

2. **C**
$\boldsymbol{A \cap B}$ significa a intersecção dos conjuntos A e B, ou seja, os elementos que pertencem a A e a B ao mesmo tempo. Então $\boldsymbol{A \cap B = \{3, 4, 5\}}$

3. **C**
$\boldsymbol{B - A}$ significa os elementos que pertencem a B, mas não pertencem a A.Então, $\boldsymbol{B - A = \{6, 9\}}$

4. **B**
Podemos afirmar que B é subconjunto de A ($\boldsymbol{B \subset A}$), pois todos os elementos de B pertencem ao conjunto A.

5. **A**
O número de subconjuntos de um conjunto é dado por $\boldsymbol{2^n}$, onde n é o número de elementos de A. Se o número de subconjuntos de A é igual a 32, então:
$$\boldsymbol{2^n = 32}$$
$$\boldsymbol{2^n = 2^5}$$
$$\boldsymbol{n = 5}$$
Portanto, o número de elementos de A é igual a 5.

### Exercícios de vestibulares

1. **E**
Pela fórmula, temos que $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. Assim, temos:
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$8 = 5 + 7 - n(A \cap B)$$
$$8 = 12 - n(A \cap B)$$
$$n(A \cap B) = 12 - 8$$
$$n(A \cap B) = 4$$

**2. E**

Todo melhor amigo de Eduardo é amigo de Eduardo. Logo, temos $\mathrm{M} \subset \mathrm{E}$. Ademais, como existe pelo menos um melhor amigo de Eduardo que não foi à festa, vem $\mathrm{M} \not\subset \mathrm{F}$.

Portanto, só pode ser a alternativa E.

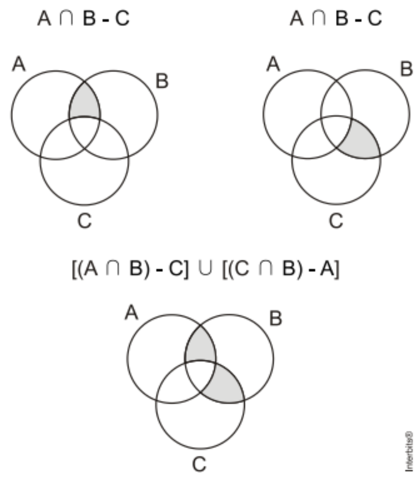
**3. A**

Como {1,6} não está contido em X e está contido em $X \cup Y = \{1,2,3,4,5,6\}$ concluímos que {1,6} $\subset \mathrm{Y}$.

**4. E**

Como A = {1, 2, 4, 5, 7} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8}, podemos ver que $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,7,8\}$, podemos ver então que $A \cup B = B$, pois $A \subset \mathrm{B}$.

**5. B**




**6. B**

Reparemos que, do conjunto M, foi retirado tudo aquilo que estava tanto em P quanto em N. Assim, a resposta é $M - (N \cup P)$.

**7. E**

Testando qualquer número inteiro no lugar de n, por exemplo 1, conclui que A é o conjunto dos números pares e B dos ímpares. Com isso, as assertivas I,II e III são verdadeiras.

**8. C**

$X = (A - C) \cup (A - B)$.

$A - C = \{1, \{1,2\}, \{3\}\} - \{\{1\}, 2, 3\} = A$

$A - B = \{1, \{1,2\}, \{3\}\} - \{1, \{2\}, 3\} = \{\{1,2\}, \{3\}\}$

$X = (A - C) \cup (A - B) = A \cup \{\{1,2\}, \{3\}\} = A$

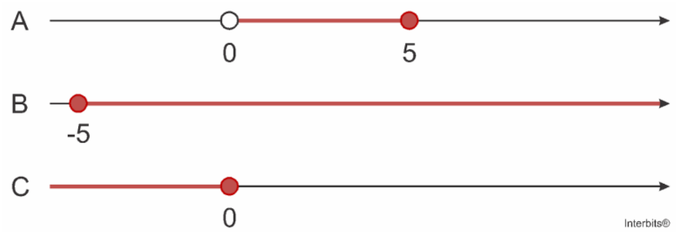
Portanto, o número de elemento de X é n(x) = n(A) = 3

**9. E**

Conjunto A: Divisores naturais de 12: {2,3,4,6,12}.
Conjunto B: Múltiplos naturais de 3: {0,3,6,9,12,...}.
A∩B={3, 6, 12}.
Portanto, A e B possuem exatamente três elementos em comum.

**10. A**

Representamos os conjuntos A,B e C na reta numérica.




Análise das alternativas:
**a)** Verdadeira: $(A - B) \cup C = \emptyset \cup C = C$
**b)** Falsa: $(A - C) \cap B = A \cap B = A$
**c)** Falsa: $(B \cup C) \cap A = R \cap A = A$
**d)** Falsa: $(B \cap C) \cap A = [-5,0] \cap A = \emptyset$